

الوحدة (6)

الصف الثامن

انظمة المعادلات  
الخطية



شرح مفصل

حل جميع اسئلة الوحدة

اوراق عمل

مدرسة سمر الثانوية للبنين

رافقت صافى



**حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً**

مقدمة :-  $3x + y = 8$  تمثل معادلة خطية حيث قوت كل من  $x$  و  $y$  تساوي (1)

وعند وجود أكثر من معادلة ضاربتين كل لدينا **نظام (معادلتين الخطية)** حيث المتغيرات نفسها . مثلاً :-  
 $5x + 3y = 1$   
 $x + y = 7$

وحل النظام هو إيجاد الزوج المرتب  $(x, y)$  الذي يحقق كل معادلة.



**أولاً :-** معرفة حل الزوج المرتب  $(x, y)$  يمثل حل للنظام

- \* عوضا الزوج المرتب في كلا (معادلتين)
- \* نقارن الناتج الظاهر في كل طرف . حيث :-
- (1) ان تساوي في كلا الطرفين  $\rightarrow$  يمثل حل للنظام
- (2) ان لم تساوي في احدي المعادلتين أو كلاهما  $\rightarrow$  لا يمثل حل للنظام

**عدد ما اذا كان الزوج المرتب يمثل حل للنظام أم لا.**



① (1, 2)  
 $x + 3y = 7$   
 $2y - x = 3$

المعادلة (1) :-  
 عوضا  $x + 3y = 7$   
 $1 + 3(2) = 7$   
 $7 = 7 \checkmark$   
 المعادلة (2) :-  
 عوضا  $2y - x = 3$   
 $2(2) - 1 = 3$   
 $3 = 3 \checkmark$   
 حل للنظام

② (2, -3)  
 $x - y = 5$   
 $2x + y = 7$

المعادلة (1) :-  
 عوضا  $x - y = 5$   
 $2 + 3 = 5$   
 $5 = 5 \checkmark$   
 المعادلة (2) :-  
 عوضا  $2x + y = 7$   
 $2(2) - 3 = 7$   
 $1 = 7$   
 ليس حل للنظام

③ (2, -1)  
 $3y + x = 7$   
 $y + x = 5$

المعادلة (1) :-  
 عوضا  $3y + x = 7$   
 $3(-1) + 2 = 7$   
 $-1 = 7$  نتوقف  
 لا يمثل حل للنظام

الخطوة  
من  
تقسيم  
4  
4

③ (3 و 1):  
 $2x + y = 5$   
 $-2x + y = 1$

المعادلة الثانية :-  
 عوض  $-2x + y = 1$   
 $-2(1) + 3 = 1$   
 $1 = 1 \checkmark$

المعادلة الاولى :-  
 عوض  $2x + y = 5$   
 $2(1) + 3 = 5$   
 $5 = 5 \checkmark$

وعليه (3 و 1) تمثل حل للنظام.

④ (2 و -1):  
 $2x + 5y = 8$   
 $3x - 2y = 5$

المعادلة الثانية :-  
 عوض  $3x - 2y = 5$   
 $3(-1) - 2(2) = 5$   
 $-7 \neq 5 \times$

المعادلة الاولى :-  
 عوض  $2x + 5y = 8$   
 $2(-1) + 5(2) = 8$   
 $8 = 8 \checkmark$

وعليه (2 و -1) لا تمثل حل للنظام.

احد طريقتي حل نظام معادلات خطية تكون من معادلتين خطيتين هي تمثيلها في المستوى الاكبري نقي و ايجاد النقطة التي يتقاطعون عندها وتقعان والتي تمثل حل للنظام

مثال :- حل النظام  
 $2x + y = 4$   
 $x + y = 3$

الخطوة (1) :- تمثل كل معادلة في المستوى الاكبري نقي

المعادلة الثانية :-  
 $x + y = 3$

∴ نضع  $x = 0$   
 $y = 3$   
 ∴ نضع  $y = 0$   
 $x = 3$

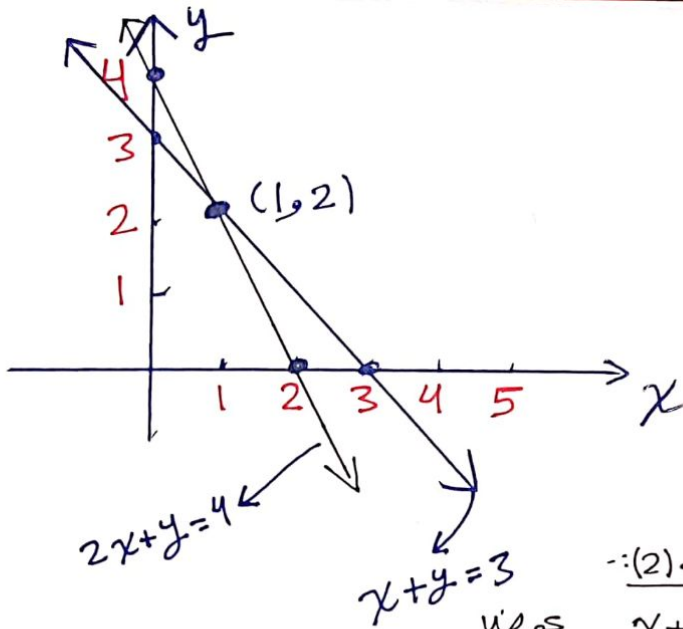
المعادلة الاولى :-  
 $2x + y = 4$

∴ نضع  $x = 0$   
 $y = 4$   
 ∴ نضع  $y = 0$   
 $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$   
 $x = 2$

②

أفضل طريقة  
 لرسم معادلة  
 الخطية هو  
 ايجاد (مقطع  
 (y) و (مقطع  
 (x))

S



الخطوة (2) :-

نأخذ نقطة التقاطع  
نلاحظ ان المستقيمان يتقاطعان  
عند نقطة (1, 2)

الخطوة (3) :-

نتحقق من الحل

المعادلة (2) :-

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ 2 + 1 &\stackrel{?}{=} 3 \\ 3 &= 3 \checkmark \end{aligned}$$

المعادلة (1) :-

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ 2(1) + 2 &\stackrel{?}{=} 4 \\ 4 &= 4 \checkmark \end{aligned}$$

اذن (1, 2) حل للنظام

①  $y = -4 - x$   
 $y = 2x + 14$

الحل  
من  
نقطة  
التقاطع  
42  
44

المعادلة (2)

$$y = 2x + 14$$

عند  $x = 0$  نأخذ  
 $y = 14$

عند  $y = 0$  نأخذ

$$\begin{aligned} 0 &= 2x + 14 \\ -14 & \quad -14 \\ -\frac{14}{2} &= \frac{2x}{2} \\ x &= -7 \end{aligned}$$

المعادلة (1)

$$y = -4 - x$$

عند  $x = 0$  نأخذ

$$y = -4$$

عند  $y = 0$  نأخذ

$$0 = -4 - x$$

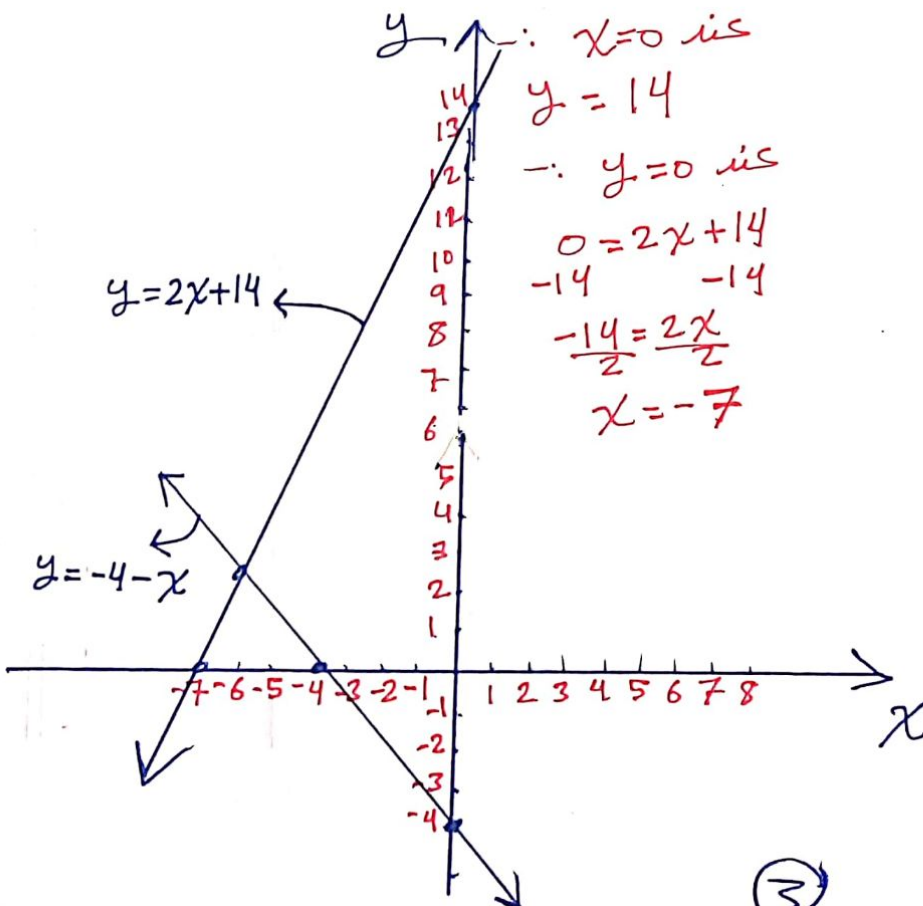
$$+4 \quad +4$$

$$4 = -x$$

$$-4 = x$$

نقطة التقاطع (-6, 2)

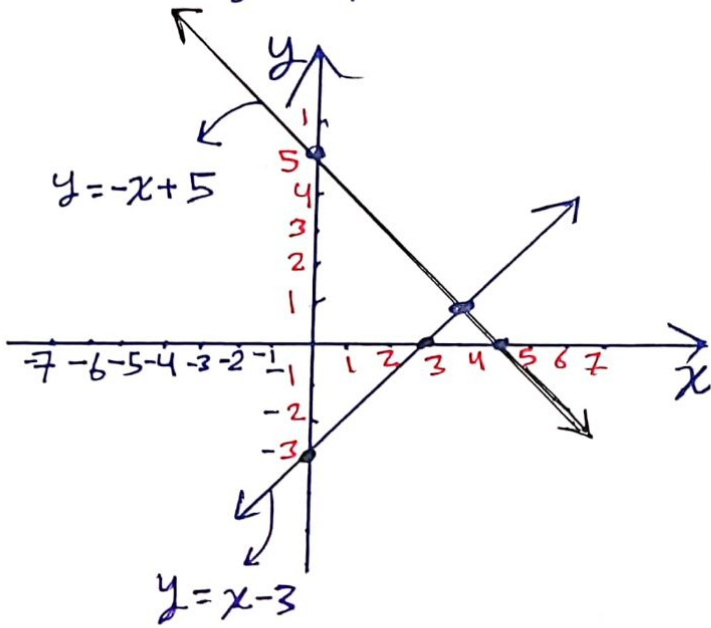
وهو الحل للنظام



③

②  $y = -x + 5$

$y = x - 3$



المعادلة (2)

$y = x - 3$

$\therefore x = 0$  عى

$y = 0 - 3$

$y = -3$

$\therefore y = 0$  عى

$0 = x - 3$

$+3 \quad +3$

$3 = x$

المعادلة (1)

$y = -x + 5$

$\therefore x = 0$  عى

$y = 5$

$\therefore y = 0$  عى

$0 = -x + 5$

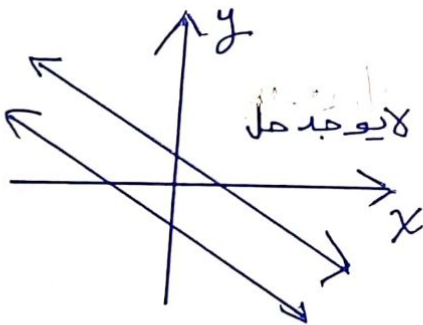
$-5 \quad -5$

$-5 = -x$

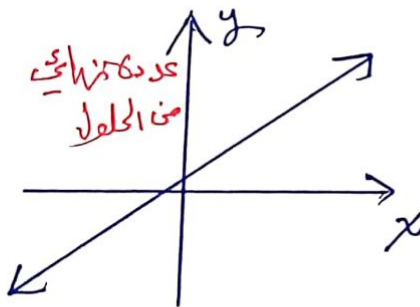
$x = 5$

نقطة التقاطع (4, 1)  
وصى تقبل حل للنظام

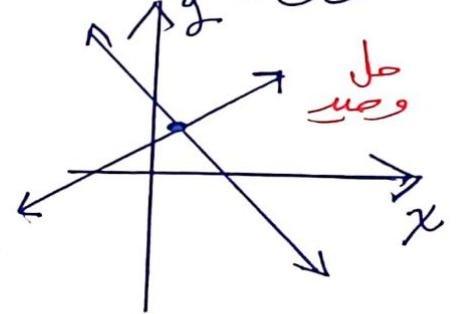
مفهوم مفهوم بما ان الحل للنظام هو نقطة التقاطع (تصنيف) معمله



مستقيمان متوازيان



المستقيم نفسه



مستقيمان متقاطعان

ننتج معرفة حل للنظام عدد نهائي من الحلول أو عدم وجود حل كما يلي:

التقاطع

① نجد (حل لكل معادلة) ونقطع  $y$  كما يلي:

\* حساب  $y$  ← جعل  $x = 0$  في معادلتين

\* المقطوع  $y$  ← حيث  $x = 0$  جعل (معادلة)

② اذا تساوا (مبارك فقط) ← لا يوجد حل

③ اذا تساوا (مبارك) ونقطع  $y$  ← عدد نهائي من الحلول

④ ان اختلفت (مبارك) ← حل واحد

④

حل لنظام المعادلات:

الحقير من  
مرفوع  
43  
صا

③  $y = 2x + 1$   
 $y = 2x - 5$

الحل: نقوم بإيجاد الميل  
والمقطع:

المعادلة (1)

$$y = 2x + 1$$

مينا  $y$  موضوع قانون وكسب  $M = 2$

نضع  $x = 0$

$$y = 1$$

المعادلة (2)

$$y = 2x - 5$$

$$M = 2$$

نضع  $x = 0$

$$y = -5$$

نلاحظ ان ميلان متساويان والمقطع  $y$  مختلف وكسب  
لا توجد حل للنظام

④  $-2x + y = 3$   
 $-4x + 2y = 6$

المعادلة (2)

$$-4x + 2y = 6$$

اجعل  $y$  موضوع قانون

$$-4x + 2y = 6$$

$$+4x \quad +4x$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$$

$$y = 2x + 3$$

$$M = 2$$

عند  $x = 0$

$$y = 3$$

المعادلة (1)

$$-2x + y = 3$$

اجعل  $y$  موضوع قانون

$$-2x + y = 3$$

$$+2x \quad +2x$$

$$y = 2x + 3$$

$$M = 2$$

نضع  $x = 0$

$$y = 3$$

نفس الميل والمقطع وكسب  
عدد لا نهائي للحلول

⑤

ماثل  
من  
الحياة

### لعبة الأكترونية :-

تريد الاختتان صدى وندى شراء لعبة أكترونية، وتوفران  
من مصروفهما من أجل ذلك، اذا كان مع صدى 14 JD  
وتوفران سبوعياً 3 JD ومع ندى 6 JD وتوفر  
اسبوعياً 5 JD بعد كم اسبوع يكون مع الاختين  
المبلغ نفسه.

الحل :- (صديق  $y$   
عدد الاسبوع  $x$ )

صدى :-  $y = 14 + 3x$

ندى :-  $y = 6 + 5x$

نرسم كل من المعادلتين :-

المعادلة (2) :-

$y = 6 + 5x$

عند  $x=0$  :-

$y = 6$

عند  $y=0$  :-

$0 = 6 + 5x$

$-6 -6$

$\frac{-6}{5} = \frac{5x}{5}$

$\frac{-6}{5} = x$

المعادلة (1)

$y = 14 + 3x$

عند  $x=0$  :-

$y = 14$

عند  $y=0$  :-

$0 = 14 + 3x$

$-14 -14$

$\frac{-14}{3} = \frac{3x}{3}$

$x = \frac{-14}{3}$

نرسم وننتج لدينا

نقطة التقاطع (4, 26)

بعد  $x = 4$  اسبوع يكون معهم نفس المبلغ

6

حدد ما إذا كان الزوج المرتب يمثل حلًا لنظام المعادلات الخطية المعطاة في كل مما يأتي :-



① ( 2, -2 ) :  $3x + y = 4$   
 $x - 3y = 8$

المعادلة (2) :-  
 $x - 3y = 8$   
 $2 - 3(-2) = 8$   
 $8 = 8 \checkmark$

المعادلة (1) :-  
 عوض  $3x + y = 4$   
 $3(2) + (-2) = 4$   
 $4 = 4 \checkmark$



وعليه حل للنظام

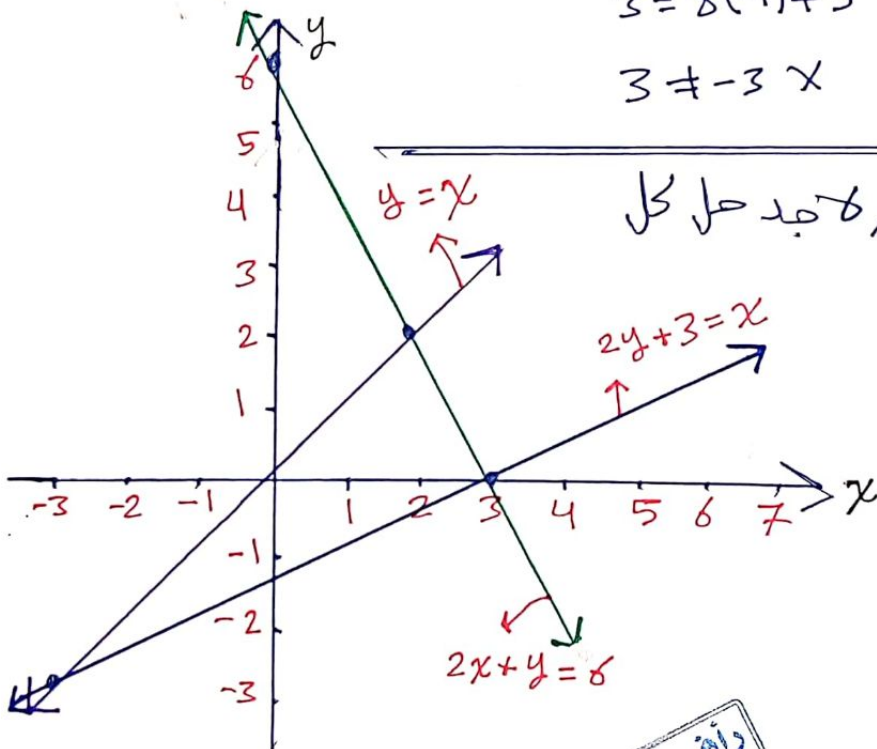
② ( -1, 3 ) :  $y = -7x - 4$   
 $y = 8x + 5$

المعادلة (2) :-  
 عوض  $y = 8x + 5$   
 $3 = 8(-1) + 5$   
 $3 = -3 \times$

المعادلة (1) :-  
 عوض  $y = -7x - 4$   
 $3 = -7(-1) - 4$   
 $3 = 3 \checkmark$

ليس حل للنظام

استعمل التعيين البياني الجوار لا تجد حل كل نظام مما يأتي :-



③  $y = x$   
 $2x + y = 6$

الحل: ( 2 و 2 )

④  $2y + 3 = x$   
 $2x + y = 6$

الحل: ( 3 و 0 )

⑤  $2y + 3 = x$   
 $y = x$

الحل: ( 3 و -3 )

⑦

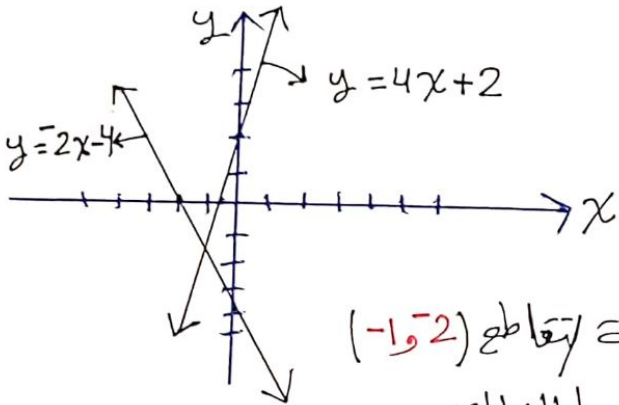




# أحل كلٍّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً =

⑥  $y = 4x + 2$

$y = -2x - 4$



نقطة تقاطع  $(-1, -2)$   
وهو حل النظام

المعادلة (2)

$y = -2x + 4$

$\therefore y = 0$  نضع

$0 = -2x - 4$   
 $+4 \quad +4$

$\frac{4}{-2} = \frac{-2x}{-2}$

$x = -2$

$\therefore x = 0$  نضع

$y = -4$

المعادلة (1)

$y = 4x + 2$

$\therefore y = 0$  نضع

$0 = 4x + 2$   
 $-2 \quad -2$

$\frac{-2}{4} = \frac{4x}{4}$

$-\frac{1}{2} = x$

$\therefore x = 0$  نضع

$y = 2$



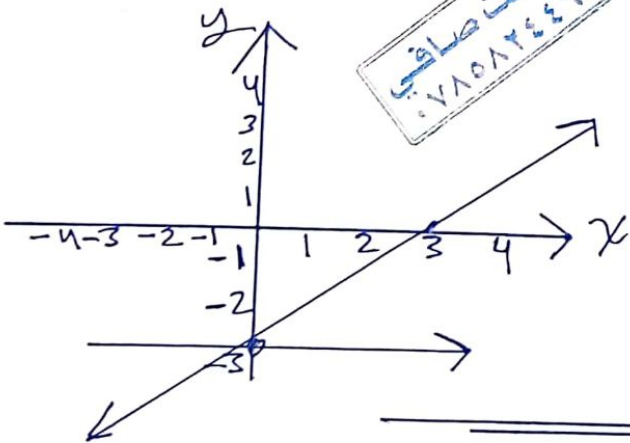
⑦  $y = x - 6$

$y = x + 2$

مناصفين لغير ميل  
لا يوجد حل للنظام

⑧  $y = -3$

$y = x - 3$



المعادلة (2)

$y = x - 3$

$\therefore x = 0$  عند

$y = -3$

$\therefore y = 0$  عند

$0 = x - 3$   
 $+3 \quad +3$

$x = 3$

نقطة تقاطع  $(0, -3)$

وهو حل النظام

المعادلة (1)

$y = -3$

مناصفين  $-3$  كل محور

المحاور ( $y$ ) فريم فقط

افقى يوازي محور  $x$

⑨  $x + y = 4$

$3x + 3y = 12$

الميل ولقطع لهادي للمعادلتان نفس  
وعليه يوجد عدد لا نهائي من الحلول



معادلة (2)

$3x + 3y = 12$

$-3x \quad -3x$

$\frac{3y}{3} = \frac{12 - 3x}{3}$

$y = 4 - x$

الميل  $-1$  ولقطع  $y$  يوازي  $4$

التقريب

معادلة (1)

$x + y = 4$

$-x \quad -x$

$y = -x + 4$

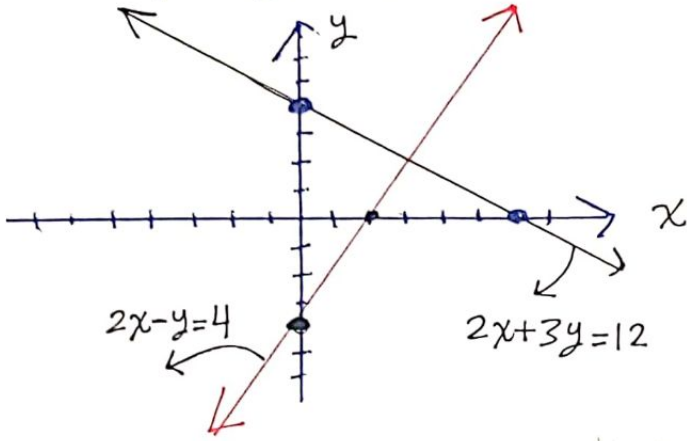
ميل  $-1$

قطع  $(y)$   $y = 4$

⑧

⑩  $2x + 3y = 12$

$2x - y = 4$



المعادلة (2) :-

$2x - y = 4$

عند  $x = 0$  :-

$-y = 4$

$y = -4$

عند  $y = 0$  :-

$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$

$x = 2$

المعادلة (1) :-

$2x + 3y = 12$

عند  $x = 0$  :-

$\frac{3y}{3} = \frac{12}{3}$

$y = 4$

عند  $y = 0$  :-

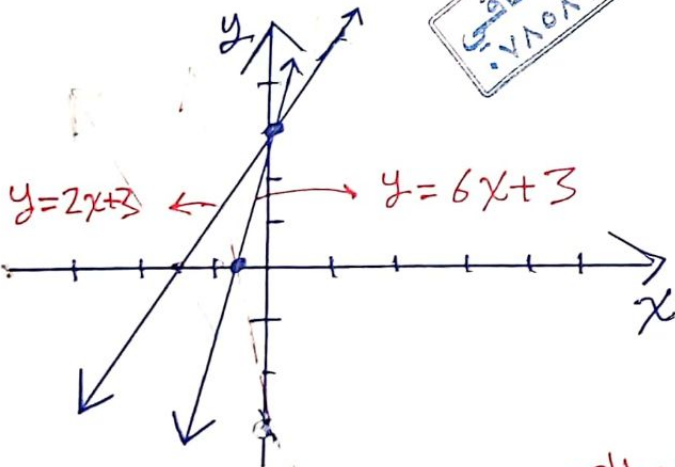
$2x = 12$

$x = 6$

نقطة التقاطع (2 و 3) وهي تمثل حل للنظام

⑪  $y = 6x + 3$

$y = 2x + 3$



المعادلة (2) :-

$y = 2x + 3$

عند  $x = 0$  :-

$y = 3$

عند  $y = 0$  :-

$0 = 2x + 3$

$-3 = 2x$

$-\frac{3}{2} = \frac{2x}{2}$

$x = -\frac{3}{2}$

المعادلة (1) :-

$y = 6x + 3$

عند  $x = 0$  :-

$y = 3$

عند  $y = 0$  :-

$0 = 6x + 3$

$-3 = 6x$

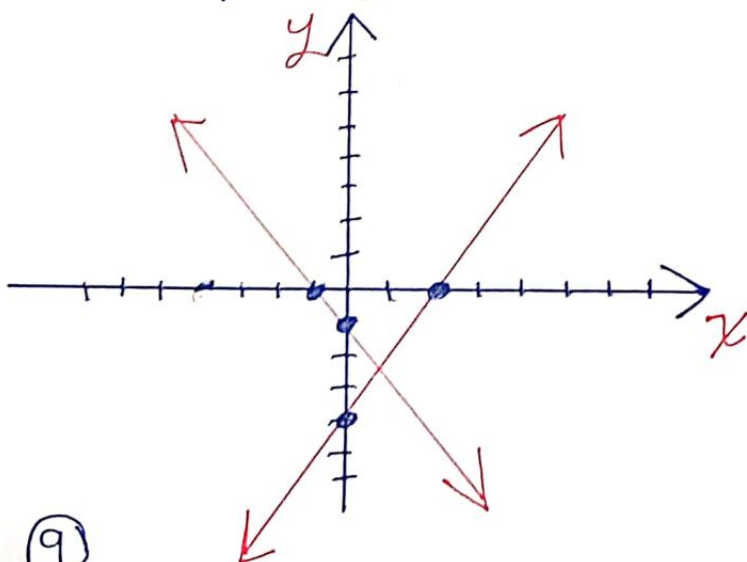
$-\frac{3}{6} = \frac{6x}{6}$

$x = -\frac{1}{2}$

نقطة التقاطع (0 و 3) وهي تمثل حل للنظام

⑫  $8x - 4y = 16$

$-5x - 5y = 5$



المعادلة (2) :-

$-5x - 5y = 5$

عند  $x = 0$  :-

$-5y = 5$

$y = -1$

عند  $y = 0$  :-

$-5x = 5$

$x = -1$

المعادلة (1) :-

$8x - 4y = 16$

عند  $x = 0$  :-

$\frac{-4y}{-4} = \frac{16}{-4}$

$y = -4$

عند  $y = 0$  :-

$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$

$x = 2$

نقطة التقاطع (2 و -4) وهي تمثل حل للنظام

⑨

$$\begin{aligned} (13) \quad 4x - 6y &= 12 \\ -2x + 3y &= -6 \end{aligned}$$

الحل: (معادلتان لهما نفس  
الميل والمقطع  $y$   
وعليه يوجد عدد لا نهائي  
من الحلول

$$\begin{aligned} (14) \quad \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y &= \frac{1}{4} \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



الحل :- يفضل التخلص من الكسور حيث نضرب (معادله (1) بالعدد 4  
و (معادله (2) بالعدد 6

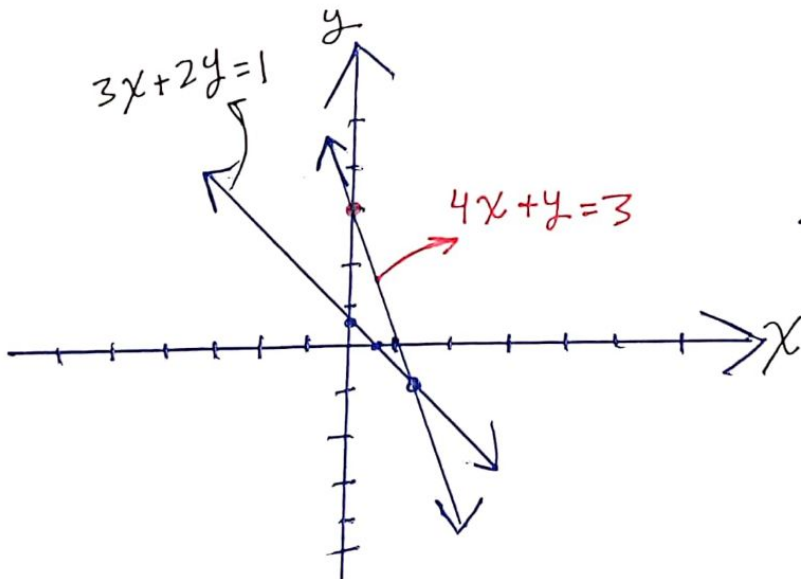
$$4 \times \left( \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4} \right)$$

$$\boxed{3x + 2y = 1}$$



$$6 \times \left( \frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{4x + y = 3}$$



المعادله (2) :-

$$4x + y = 3$$

$$-: x=0 \text{ عن}$$

$$y = 3$$

$$-: y=0 \text{ عن}$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

المعادله (1) :-

$$3x + 2y = 1$$

$$-: x=0 \text{ عن}$$

$$2y = 1$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$-: y=0 \text{ عن}$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

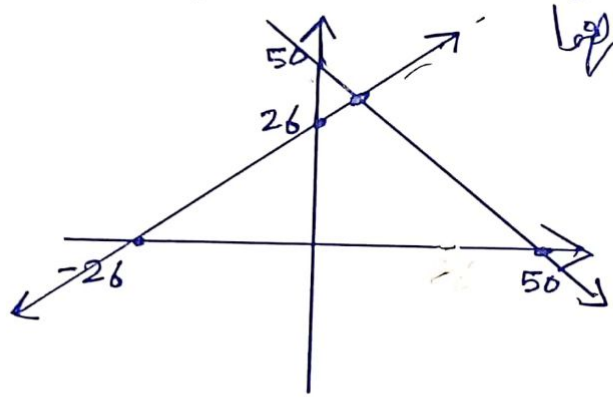
نقطة التقاطع (1- و 1)

و هو حل النظام

(10)

أعمار :-

يقبل محمد نوال عن محمد والدتها بمقدار 26 عاماً  
 ومجموع عمرهما 50 عاماً ، اكتب نظاماً من  
 معادلتين خطيتين يمثل عمر نوال وعمر أمها  
 ثم اجد عمر كل منهما



الكل :-  
 عمر الأم  $y$   
 عمر نوال  $x$

المعادلة (1)  $y - x = 26$   
 المعادلة (2)  $x + y = 50$

نقوم بالرسم و نجد نقطة التقاطع (12, 38)  
 حيث نرسم في البداية لأول كان الأعمار بال موجب

مواقع إنترنت :-

موقعان تعليميان كما شبكة الإنترنت، قبل الأول  
 مليون زيارة عام 2020 م وفي كل عام لاهو  
 ازداد عدد زيارته بمعدل ثابت مقداره نصف  
 مليون زيارة ، وقبل الموقع الثاني عدد ملايين  
 زيارة عام 2020 م وكان هذا العدد تناقصاً في  
 كل عام لاهو بمعدل ثابت يساوي مليون زيارة.

- (16) اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل اعداد زيارات الموقعين  
 (17) في أي عام يصبح عدد زيارات كل من الموقعين متساوياً

الكل :- عدد السنوات  $x$   
 عدد الزيارات  $y$

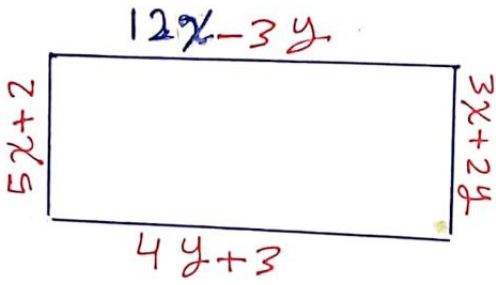
$y = 1 + \frac{1}{2}x$   
 $y = 10 - x$

لمعرفة أي عام :-

$1 + \frac{1}{2}x = 10 - x$   
 $+x = +x$   
 $1 + \frac{3}{2}x = 10$   
 $\frac{3}{2}x = 9$   
 $x = 6$

(11)

18) **هذه :-** جد قيمتي  $x$  و  $y$  للمثلث (مجاور)



الحل :- من مضادها (مثلث) ان كل ضلعين متقابلين متساويان

$$5x+2 = 3x+2y \quad \text{نبت}$$

$$5x-3x-2y = -2$$

$$2x-2y = -2$$

$$\boxed{x-y = -1} \quad \text{المعادلة (1)}$$

نحل المعادلتان ونسبح لنينا

$$x = 2$$

$$y = 3$$



$$12x-3y = 4y+3 \quad \text{وكذلك}$$

$$12x-3y-4y = 3$$

$$\boxed{12x-7y = 3} \quad \text{المعادلة (2)}$$

19) اعود الى فقرة (واكتشف) بداية الدرس وامل (المادة).  
 جرح طولها 0.6 m ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره 0.3 m في السنة، وجرح اخرى طولها 1.8 m ويزداد طولها بمعدل ثابت مقداره 0.15 m كل سنة، بعد كم سنة يصبح للجرتين الطول نفسه

$$y = 0.3x + 0.6 \quad \text{الحل :-}$$

$$y = 0.15x + 1.8$$

نأوي (المعادلتين) :-

$$0.3x + 0.6 = 0.15x + 1.8$$

$$-0.15x \quad -0.15x$$

$$0.15x + 0.6 = 1.8$$

$$-0.6 \quad -0.6$$

$$\frac{0.15x}{0.15} = \frac{1.2}{0.15}$$

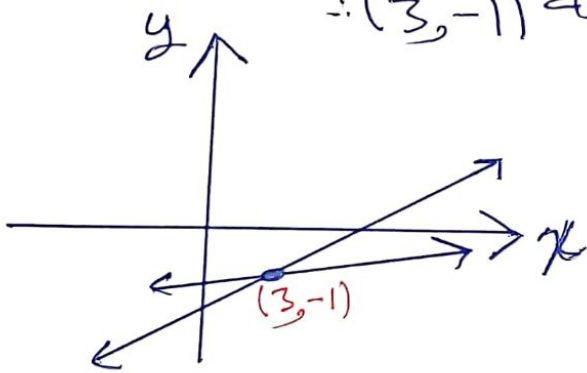
$$x = 8$$

12)

20) تبديد :- هل يمكن لنظام معادلات خطية مكونه من معادلتين خطيتين ملان مختلفان ؟ ابر اجابتي

الحل :- لا يمكن ، لان المتقيتين اذا تقاطعا معاً فانهما يتقاطعان في نقطة واحدة وحده (حل وحيد) أما لم يتقاطعا (لا يوجد حل) أما ان انطبقا فينوجد عدد لا نهائي وليد ملان .

21) الكشف الخاطئ :- ببين الشكل (لجاء) أن حل نظام (معادلات) الآتي هو النقطة (3, -1) :-

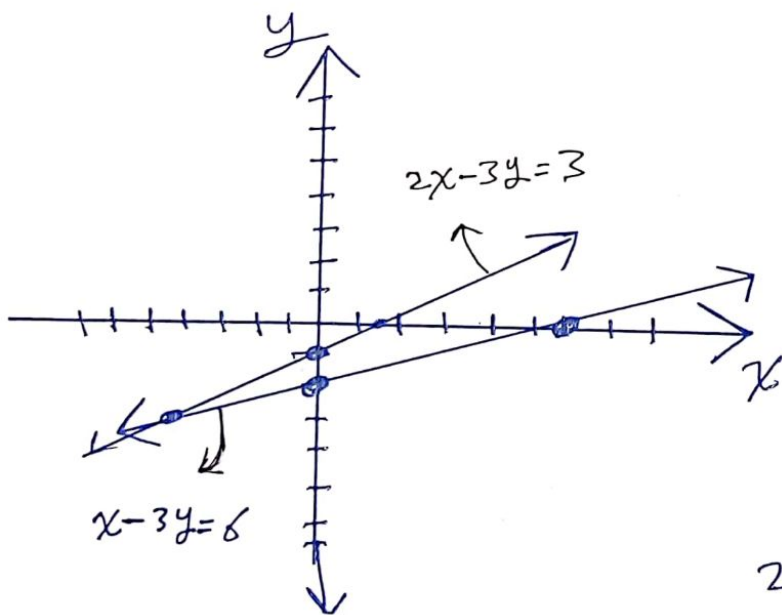


$$x - 3y = 6$$

$$2x - 3y = 3$$

الكشف الخاطئ في الحل 6 وأصح .

الحل :- نتأكد من الرسم :-



المعادلة (2)

$$2x - 3y = 3$$

$$x = 0 \text{ عند}$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{3}{-3}$$

$$y = -1$$

$$\text{عند } y = 0 :-$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

المعادلة (1)

$$x - 3y = 6$$

$$\text{عند } x = 0 :-$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{6}{-3}$$

$$y = -2$$

$$\text{عند } y = 0 :-$$

$$x = 6$$

الخاطئ مرة 2x - 3y = 3

تقطعتا لتقاطعا (3 و -3)

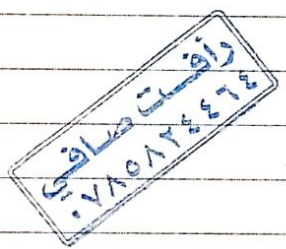
حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

مقدمة

تعلمنا في الدرس السابق طريقة حل نظام مكون من معادلتين بيانياً، سنتعلم طريقة أخرى تسمى (طريقة التعويض) والتي نتخضم بها المتصادم الجبرية

الخطوات

- 1) اجعل أحد المتغيرين (ان لزم) موضوع قانون
  - 2) عوض المقدار الناتج من الخطوة (1) في معادله الثاني، ثم حلها.
  - 3) عوض القيمة الناتجة من الخطوة (2) في موضوع القانون
- أي أي معادلة لنخرج لدينا المتغير الآخر



$$y + 2x = 4$$

$$3y + x = 7$$

حل النظام التالي :-

مثال

الحل :- من معادله (1) اجعل  $y$  موضوع قانون

$$y + 2x = 4$$

$$-2x \quad -2x$$

خطوة (1)

$$y = 4 - 2x$$

خطوة (2) : عوضنا  $4 - 2x$  في معادله (2) بدلاً من  $y$  :-

$$3(4 - 2x) + x = 7$$

فك الأقواس

$$12 - 6x + x = 7$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$12 - 5x = 7$$

$$-12 \quad -12$$

تحلص من (عبار) /

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-5}{-5}$$

$$x = 1$$

وعليه حل النظام (2 و 1)

$$y = 4 - 2x$$

$$y = 4 - 2(1) = 2$$

خطوة (3) : عوضنا في موضوع القانون

# حل كلٍّ من أنظمة المعادلات الخطية الآتية

التحقق من فهمي

49  
40

①  $y = 17 - 4x$   
 $2x + y = 9$

منا  $y$  موضوع قانوننا، نذهب الى الخطوة (2) حيث نعوض  $(17 - 4x)$  بدل  $y$  في معادله (2).

الخطوة (3) :-  
عوضه في موضوع القانون :-

$$\begin{aligned} y &= 17 - 4x \\ &= 17 - 4 \times 4 \\ &= 17 - 16 \\ &= 1 \end{aligned}$$

الخطوة (2) :-  $2x + 17 - 4x = 9$  بنظ

$$-2x + 17 = 9$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2}$$

$$x = 4$$

حل النظام (4, 1)



②  $y - 5x = 1$   
 $x = y + 3$

منا  $x$  موضوع قانوننا، نذهب مباشرة الى الخطوة (2)

الخطوة (2) :-

الخطوة (3) :-  
عوضه في موضوع القانون :-

$$x = y + 3$$

$$x = -4 + 3$$

$$x = -1$$

حل النظام (-1, -4)

عوض  $(y + 3)$  في معادله (1) بدل  $x$

$$y - 5(y + 3) = 1$$

$$y - 5y - 15 = 1$$

$$-4y - 15 = 1$$

$$+15 +15$$

$$\frac{-4y}{-4} = \frac{16}{-4}$$

$$y = -4$$



حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية :-



①  $4x + 3y = 37$   
 $2x + y = 17$

خطوة (2)

(1) عوض  $(17 - 2x)$  بدل  $y$  في معادلة (1)

$$4x + 3(17 - 2x) = 37$$

$$4x + 51 - 6x = 37$$

$$\begin{array}{r} -2x + 51 = 37 \\ -51 \quad -51 \\ \hline -2x = -14 \end{array}$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{-14}{-2}$$

$$\boxed{x = 7}$$

خطوة (1)

اجعل  $y$  من معادلة (2) موضع قانون :-

$$2x + y = 17$$

$$\begin{array}{r} -2x \quad -2x \\ \hline y = 17 - 2x \end{array}$$

$$y = 17 - 2x$$

خطوة (3) :-

عوضها في موضع القانون :-

$$y = 17 - 2x$$

$$y = 17 - 2(7)$$

$$= 17 - 14 = 3$$

حل النظام (3 و 7)

②  $x + 3y = 7$   
 $2x - y = 7$



خطوة (1)

معادلة (1) اجعل  $x$  موضع قانون

$$x + 3y = 7$$

$$\begin{array}{r} -3y \quad -3y \\ \hline x = 7 - 3y \end{array}$$

$$x = 7 - 3y$$

خطوة (2)

(2) عوض المقدار  $(7 - 3y)$  بدل  $x$  في معادلة (2)

$$2(7 - 3y) + y = 7$$

$$14 - 6y + y = 7$$

$$14 - 5y = 7$$

$$\begin{array}{r} -5y = -7 \\ -14 \quad -14 \\ \hline -5y = -7 \end{array}$$

$$\frac{-5y}{-5} = \frac{-7}{-5}$$

$$\boxed{y = 1}$$

③

خطوة (3)

عوضها في موضع القانون

$$x = 7 - 3y$$

$$x = 7 - 3(1)$$

$$x = 4$$

حل النظام

(4 و 1)

كند حل النظام واختفاء المتغير  $x$  أو  $y$  ضا :-

① اذا - تكونت جملة صحيحة فان للنظام عدد لا نهائي من الحلول .

② اذا - تكونت جملة خالئة فلا يوجد حل للنظام .



مثال :- حل النظام  $x = 12 + 4y$   
 $8y = 2x + 20$

الحل :-

خطوة (1) :-

$x$  موضع قانون من معادله (1) وعليه نفوض (مقدرا  $(12 + 4y)$ ) في معادله (2)

$$8y = 2(12 + 4y) + 20$$

$$8y = 24 + 8y + 20$$

$$\begin{array}{r} 8y \\ -8y \end{array} = \begin{array}{r} 24 \\ -8y \\ 20 \end{array}$$

جملة غير صحيحة  $0 = 44$

وعليه لا يوجد حل للنظام

③  $x - 2y = 4$   
 $8y - 4x = 8$

52  
 44 التقوس من مصفيا

خطوة (1) :-  
 من معادله (1) اجعل  $x$  موضع قانون

$$x - 2y = 4$$

$$+ 2y + 2y$$

$$x = 2y + 4$$

خطوة (2)

عوض  $(2y + 4)$  في معادله (2) بدل  $x$

$$8y - 4(2y + 4) = 8$$

$$8y - 8y - 16 = 8$$

$$-16 = 8$$

جملة غير صحيحة وعليه لا يوجد

حل للنظام

④  $x - 5y = 15$   
 $10y - 2x = -30$

خطوة (1)

من معادله (1) اجعل  $x$  موضع قانون

$$x - 5y = 15$$

$$+ 5y + 5y$$

$$x = 5y + 15$$

خطوة (2)

عوض  $(5y + 15)$  بدل  $x$  في معادله (2)

$$10y - 2(5y + 15) = -30$$

$$10y - 10y - 30 = -30$$

$$-30 = -30$$

جملة صحيحة وعليه يوجد عدد  
 لا نهائي من الحلول .

④

توقف :- اشترى خالد كتاباً وناقلة بيانات بـ 14 JD  
إذا كان مثلاً ثمن الكتاب يزيد عن ثمن ناقلة  
البيانات بمقدار 10 JD. فما سعر كل من  
ناقلة البيانات والكتاب.

$$\begin{aligned}x + y &= 14 \\ 2x - y &= 10\end{aligned}$$

الحل :-  
x :- ثمن الكتاب  
y :- ثمن ناقلة البيانات

خطوة (1) :-  
من معادلة (1) احل x موهبتنا قانون :-

$$\begin{aligned}x + y &= 14 \\ -y & - y \\ \hline x &= 14 - y\end{aligned}$$

خطوة (3)  
عوض في موهبتنا  
القانون :-

$$x = 14 - y$$

$$x = 14 - 6$$

$$\boxed{x = 8}$$

الكتاب

خطوة (2) :- عوض (14 - y) في معادلة (2) بدل x :-

$$2(14 - y) - y = 10$$

$$28 - 2y - y = 10$$

$$28 - 3y = 10$$

$$-28 \quad -28$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-18}{-3}$$

$$\boxed{y = 6}$$

حل كل من المعادلتين المتساويتين :-

$$\textcircled{1} y = 4x + 2$$

$$2x + y = 8$$



التدريب ما حل  
الطالب  
54  
صها

خطوة (1)

من معادلة (1) y موهبتنا قانون

خطوة (2)

عوض (4x + 2) في معادلة (2) بدل y :-

$$2x + 4x + 2 = 8$$

$$6x + 2 = 8$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\boxed{x = 1}$$

خطوة (3)

عوض في موهبتنا القانون

$$y = 4x + 2$$

$$y = 4(1) + 2$$

$$y = 6$$

حل النظام (6 و 1)

$$\textcircled{2} \begin{cases} y = x + 5 \\ y = -2x - 4 \end{cases}$$

الخطوة (1)  
من معادله (1)  $y$  موضوع قانون  $\therefore$

الخطوة (2)  
عوضنا المقدار  $(x+5)$  في معادله (2) بدل  $y$   $\therefore$

الخطوة (3)  
عوضنا في موضوع لقانون

$$y = x + 5$$

$$y = -3 + 5$$

$$y = 2$$

حل النظام  $(-3, 2)$

$$x + 5 = -2x - 4$$

$$+2x \quad +2x$$

$$3x + 5 = -4$$

$$-5 \quad -5$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-9}{3}$$

$$\boxed{x = -3}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x = 3 - \frac{1}{2}y \\ 5x - y = 1 \end{cases}$$

الخطوة (1)  
من معادله (1)  $x$  موضوع قانون

الخطوة (2)

عوضنا المقدار  $(3 - \frac{1}{2}y)$  في معادله (2) بدل  $x$

الخطوة (3)  
عوضنا في موضوع لقانون  $\therefore$

$$x = 3 - \frac{1}{2}y$$

$$x = 3 - \frac{1}{2}(4)$$

$$x = 3 - 2$$

$$x = 1$$

حل النظام  $(1, 4)$

$$5(3 - \frac{1}{2}y) - y = 1$$

$$2 \times (15 - \frac{5}{2}y - y = 1)$$

$$30 - 5y - 2y = 2$$

$$30 - 7y = 2$$

$$-30 \quad -30$$

$$\frac{-7y}{7} = \frac{-28}{-7}$$

$$\boxed{y = 4}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 2 \\ y = 9 - 5x \end{cases}$$

الخطوة (1) : من معادله (2)  $y$  موضوع قانون  
الخطوة (2) : عوضنا المقدار  $(9 - 5x)$  بدل  $y$  في معادله (1)  $\therefore$

الخطوة (3)  
عوضنا في موضوع لقانون  $\therefore$

$$y = 9 - 5x$$

$$y = 9 - 5(2)$$

$$y = 9 - 10$$

$$y = -1$$

حل النظام  $(2, -1)$

$$\frac{1}{2}x - (9 - 5x) = 2$$

$$2 \times (\frac{1}{2}x - 9 + 5x = 2)$$

$$x - 18 + 10x = 4$$

$$11x - 18 = 4$$

$$+18 \quad +18$$

$$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$$

$$\boxed{x = 2}$$

(6)

$$\textcircled{5} \quad \begin{aligned} x - 4y &= 20 \\ y - 3x &= 6 \end{aligned}$$

خطوة (1)  
من معادله (1) اجعل  $x$  موضوع قانون

$$\begin{aligned} x - 4y &= 20 \\ + 4y &+ 4y \\ \hline x &= 4y + 20 \end{aligned}$$

خطوة (3)  
عوّض في موضوع القانون

$$\begin{aligned} x &= 4y + 20 \\ x &= 4(-6) + 20 \\ x &= -24 + 20 \end{aligned}$$

$$\boxed{x = -4}$$

حل النظام  $(-4, -6)$

خطوة (2)  
عوّض المقدار  $(4y + 20)$  بدل  $x$  في معادله (2)

$$\begin{aligned} y - 3(4y + 20) &= 6 \\ y - 12y - 60 &= 6 \\ -11y - 60 &= 6 \\ + 60 &+ 60 \\ \hline -11y &= 66 \\ \frac{-11y}{-11} &= \frac{66}{-11} \\ \boxed{y} &= \boxed{-6} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad \begin{aligned} y - 6x &= 3 \\ y - 2x &= 3 \end{aligned}$$

خطوة (1)  
من معادله (1) اجعل  $y$  موضوع قانون

$$\begin{aligned} y - 6x &= 3 \\ + 6x &+ 6x \\ \hline y &= 6x + 3 \end{aligned}$$

خطوة (3)  
عوّض في موضوع القانون

$$\begin{aligned} y &= 6x + 3 \\ y &= 6(0) + 3 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

حل النظام  $(0, 3)$

خطوة (2)  
عوّض المقدار  $(6x + 3)$  بدل  $y$  في معادله (2)

$$\begin{aligned} 6x + 3 - 2x &= 3 \\ 4x + 3 &= 3 \\ -3 &-3 \\ \hline 4x &= 0 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{0}{4} \\ \boxed{x} &= \boxed{0} \end{aligned}$$

$\textcircled{7}$

$$\textcircled{7} \quad \begin{aligned} 8x - y &= 16 \\ \frac{1}{4}y - 2x &= 3 \end{aligned}$$

الخطوة (1)  
من معادله (1) اجعل  $y$  موضوع قانون

$$\begin{aligned} 8x - y &= 16 \\ -8x & \quad -8x \\ \hline -y &= \frac{16 - 8x}{-1} \\ y &= -16 + 8x \end{aligned}$$

خطوة (2)  
عوضه المقدار  $(-16 + 8x)$  بدل  $y$  في معادله (2)

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}(-16 + 8x) - 2x &= 3 \\ -4 + 2x - 2x &= 3 \\ -4 &= 3 \end{aligned}$$

جملة خاطئة  
وعليه لا يوجد حل للنظام

$$\textcircled{8} \quad \begin{aligned} 6x - 9y &= 18 \\ -2x + 3y &= -6 \end{aligned}$$

خطوة (1)  
اجعل  $x$  موضوع قانون من معادله (2)

$$\begin{aligned} -2x + 3y &= -6 \\ -3y & \quad -3y \\ \hline -2x &= \frac{-6 - 3y}{-2} \\ x &= 3 + \frac{3y}{2} \end{aligned}$$

خطوة (2)  
عوضه المقدار  $(3 + \frac{3y}{2})$  بدل  $x$  في معادله (1)

$$\begin{aligned} 6(3 + \frac{3y}{2}) - 9y &= 18 \\ 18 + 9y - 9y &= 18 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$

جملة صحيحة

وعليه يوجد عدد لا نهائي من الحلول

$$\textcircled{9} \quad \begin{aligned} y + 3x + 6 &= 0 \\ y + 6x + 24 &= 0 \end{aligned}$$

الخطوة (1)  
من معادله (1) اجعل  $y$  موضوع قانون

$$\begin{aligned} y + 3x + 6 &= 0 \\ -3x - 6 & \quad -3x - 6 \\ \hline y &= -3x - 6 \end{aligned}$$

خطوة (2)  
عوضه المقدار  $(-3x - 6)$  بدل  $y$  في معادله (2)

$$\begin{aligned} -3x - 6 + 6x + 24 &= 0 \\ 3x + 18 &= 0 \\ -18 & \quad -18 \\ \hline 3x &= \frac{-18}{3} \\ x &= -6 \end{aligned}$$

خطوة (3)  
عوضه في موضوع القانون :-

$$\begin{aligned} y &= -3x - 6 \\ y &= -3(-6) - 6 \\ y &= 12 \end{aligned}$$

حل النظام  $(-6, 12)$

8

(10) :- مزرعة :- مزرعة حيوانات فيها دجاج وأرانب ، إذا  
 عدد رؤوسها ساجها 18 رأساً وإذا  
 عدد أرجلها ساجها 50 رجلاً ، كم  
 دجاجة وكم أرنباً في هذه المزرعة

الأرنب والديجاجة  
 لها رأس واحد  
 لكن الأرنب 4 أرجل  
 والديجاجة 2 أرجل

الحل:  $x$  عدد دجاج  
 $y$  عدد الأرانب

$$x + y = 18$$

$$2x + 4y = 50$$

نقوم بحل النظام ونشرح

$$x = 11$$

$$y = 7$$

ضالكه :- اشترى مراد فؤاد ببرتقالاً وتفاعاً هذا النوع نفسه  
 فذفع مراد 3.25 JD عند شرائه 5 kg ببرتقالاً  
 و 1 kg تفاعاً ، وذفع فؤاد 3.75 عند شرائه 3 kg  
 تفاعاً و 3 kg ببرتقالاً .

(11) اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المسألة ، ثم أحله لاجد  
 سعر الكيلوغرام الواحد من كل من التفاح والبرتقال

الحل :- لهذا الكيلو البرتقال  $x$   
 لهذا الكيلو تفاح  $y$

حل لنظام ونشرح

$$x = 0.5 \text{ JD}$$

$$y = 0.75$$

$$5x + 1y = 3.25$$

$$3y + 3x = 3.75$$

(12) إذا اشترى صال 2 kg من نوع التفاح نفسه  
 و 2 kg من نوع البرتقال نفسه ، فما المبلغ الذي  
 دفعته

$$(2)(0.75) + 2(0.5)$$

$$1.5 + 1 = 2.5$$

(13) **سياحة** :- يبين الجدول الآتي أعداد السياح في موقعين آخرين في أحد الأعوام، واصل الزيادة السنوية في أعداد السياح (بالآلاف) بعد ذلك العام.

موقع (أ)	معدل الزيادة في أعداد السياح لكل عام	أعداد السياح (آلاف)
الموقع (أ)	1.1	57
الموقع (ب)	0.7	61

إذا استمرت الزيادة في أعداد السياح ونفس هذه المعدلات بعد كم عام يمكن أن تتساوى أعداد السياح في الموقعين وكم يبلغ عدد السياح حينئذٍ.

$$y = 57 + 1.1x$$

$$y = 61 + 0.7x$$

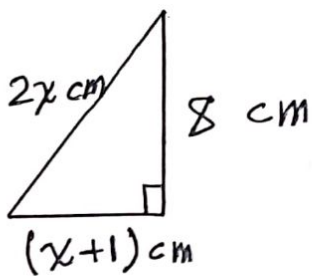
الحل:  $y$ : أعداد السياح

$x$ : عدد السنوات

بج/نظام، نخرج :-

$$x = 10 \text{ و } y = 68$$

(14) **هندسة** :- إذا كانت القبة العدرية لحيطة كمثلث (مجاور تارك) القبة العدرية لها صفة، فما قيمة  $x$



الحل: نعلم أن المحيط هو مجموع أطوال الأضلاع  
وهي صفة هي نصف لقاعدة مضروبة بالارتفاع

$$\begin{aligned} \text{المحيط} &= x + 1 + 8 + 2x \\ &= 3x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \frac{1}{2} \times (x+1) \times 8 \\ &= 4x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 9 &= 4x + 4 && \text{وعليه} \\ -3x & && -3x \end{aligned}$$

$$\boxed{x = 5} \text{ وعليه}$$

$$\begin{aligned} 9 &= x + 4 \\ -4 & && -4 \end{aligned}$$

(15)



15) تبيِّن: - أحد قِيَمَتَيْ  $a$  و  $b$  في نظام المعادلات الخطية الآتية  
حيث الزوج المرتب  $(a, -9)$  هو حل النظام

$$ax + by = -31$$

$$ax - by = -41$$

الحل: - يوجد (4) محاصِل، كما أعطى زوج مرتب يمثل حل للنظام  
بفرضنا بدل  $(y, x)$  ونحل  
المعادلة.

$$-9a + b = -31$$

$$-9a - b = -41$$

حل النظام نَبِيح:

$$a = 4 \text{ و } b = 5$$

16) مسألة مفتوحة: - اكتب نظام معادلات خطية فتوياً عن معادلتين  
خطيتين، حيث يمثل الزوج المرتب  $(5, -3)$   
حلاً لكلا المعادلتين فقط، و يمثل الزوج  
المرتب  $(7, -1)$  حلاً للنظام

الحل: - المعادلة (1) - يجب أن يكون الزوجان  $(5, -3)$  و  $(7, -1)$   
حلاً لها.

هنا نكتب له صورة العامة للمعادلة الخطية  $y = ax + b$   
وبفرضنا الزوجين المرتبين:

$$7 = 7a + b \quad \text{--- (1)}$$

$$-5 = 3a + b \quad \text{--- (2)}$$

نحل النظام ونجد:

$$a = -3 \text{ و } b = 4$$

$$y = -3x + 4 \text{ (معادلة)}$$

المعادلة (2) - كذا ما بسهولة لأنه مطلوب زوج مرتب

فاحد فقط  $(7, -1)$  يحققها وليكن

$$y = -x + 8$$

(17) تدبير: تتألف دفعة من خردجيه دورج للدفاع المدرج من 240 شخصاً، نسبة الذكور فيها الى الاناث 5:7 اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل المال، ثم احل لاجد عدد الذكور وعدد الاناث في لرفعه.

الحل: عدد الذكور  $x$   
عدد الاناث  $y$

$$x + y = 240$$

نستفيد من لتقسيم لتنا بج:

$$5 + 7 = 12$$

$$\frac{240}{12} = 20$$

الفرق بين النسبتين (2) ويكون يكون عدد الاناث اكثر ب  
 $(2)(20) = 40$

$$y - x = 40$$

بحل النظام:  $x = 100$

$$y = 140$$

آف: نحل المعادلة (2) كما يلي:

$$\frac{5}{7} = \frac{x}{y}$$

$$5y = 7x$$

حل نظام من معادلتين خطيتين بالكسوف

مقدمة

في بعض الأحيان يؤدي جمع معادلتين أو طرحهما إلى حذف أحد المتغيرات، وبمعرفة الطريقة الجبرية في حل نظام المعادلات الخطية طريقة الكسوف.

الخطوات

- ترتيب المعادلتان بحيث الحدود متشابهة فوق بعضها والحركيات في الطرف الأيمن
- نضرب (إن لزم) أحد المعادلتان أو كلاهما لجعل أحد المتغيرات في كلا المعادلتان لهما نفس (عامل مع اختلاف الإشارة)
- اجمع المعادلتين للتخلص من أحد المتغيرات، ثم حل المعادلة الناتجة
- عوّض القيمة الناتجة من خطوة (3) في أحد المعادلتين.

ملاحظة

إذا كانت الحدود في نفس الطرف عند التبديل بينهما كل حد يتغير في الإشارة

مثال

حل النظام :-  $2x - 3y = -4$   
 $y + x = 3$

خطوة (1) :- ترتيب :-  $2x - 3y = -4$   
 $x + y = 3$

خطوة (2) :- لجعل أحد المتغيرات لهما نفس القيمة العددية مع اختلاف الإشارة، حيث نضرب معادلة (2) في العدد 3 من أجل حذف المتغير  $y$

خطوة (3) :- عوضنا  $x = 1$  في إحدى المعادلتين ولتكن (2) :-

عوضنا  $x + y = 3$   
حل المعادلة  $1 + y = 3$   
 $y = 2$

حل النظام (2 و 1)

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = -4 \rightarrow 2x - 3y = -4 \\ + 3(x + y = 3) \rightarrow 3x + 3y = 9 \\ \hline 5x = 5 \\ \hline x = 1 \end{array}$$

حل كلٍّ من أنظمة المعادلات الآتية :-

①  $2x + y = 7$   
 $5x - y = 14$

الحل :-  
الخطوة (1) و (2) جابضتا نا، نجمع  
بجمع المعادلتان

$$\begin{array}{r} (+) \quad 2x + y = 7 \\ \quad 5x - y = 14 \\ \hline \quad 7x = 21 \\ \quad \frac{7x}{7} = \frac{21}{7} \\ \quad \boxed{x = 3} \end{array}$$



حل النظام (1 و 3)

الخطوة (4)  
نعوض  $x = 3$  في معادلة (1) :-

$$\begin{array}{r} 2(3) + y = 7 \\ 6 + y = 7 \\ -6 \quad -6 \\ \hline \quad \boxed{y = 1} \end{array}$$



②  $3x + 2y = 16$   
 $6y - 3x = -12$

الخطوة (1) : نرتب :-

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 16 \\ -3x + 6y = -12 \end{array}$$

الخطوة (2) : جابضه

الخطوة (3) :- نجمع

$$\begin{array}{r} (+) \quad 3x + 2y = 16 \\ \quad -3x + 6y = -12 \\ \hline \quad \quad 8y = 4 \\ \quad \quad \frac{8y}{8} = \frac{4}{8} \\ \quad \quad \boxed{y = \frac{1}{2}} \end{array}$$

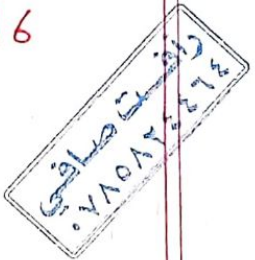
الخطوة (4) :-

نعوض  $y = \frac{1}{2}$  في معادلة (1)

$$\begin{array}{r} 3x + 2(\frac{1}{2}) = 16 \\ 3x + 1 = 16 \\ -1 \quad -1 \\ \hline 3x = 15 \\ \frac{3x}{3} = \frac{15}{3} \end{array}$$

$\boxed{x = 5}$

حل النظام (5 و 1/2)



ملاحظة

يمكن استعمال الطرح لحل نظام معادلات خطية مكون من معادلتين خطيتين وذلك عندما يكون في المعادلتين حدان (متساويان) معاملهما متساويان

مثال

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 11 \\ 3x + 5y &= 13 \end{aligned}$$

حل النظام بالطرح :-

الحل :- المراد إفتابها مرتبة تحت بعضها عمودياً ولها نفس المعامل

$$\begin{aligned} (-) \quad 3x + 4y &= 11 \\ \quad 3x + 5y &= 13 \\ \hline \quad -1y &= -2 \\ \quad \quad -1 & \quad -1 \end{aligned}$$

رأفت صافي  
٧٨٥٨٢٤٤٦٤

بغوضها من أي معادلة ولتكن (1)  $y = 2$

$$\begin{aligned} 3x + 4(2) &= 11 \\ 3x + 8 &= 11 \\ -8 & \quad -8 \\ \hline 3x &= 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{3}{3} \end{aligned}$$

رأفت صافي  
٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$x = 1$

حل النظام (1, 2)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad 2x + 5y &= 16 \\ 2x + 3y &= 18 \end{aligned}$$

الحل :- نطرح المعادلتان :-

$$\begin{aligned} (-) \quad 2x + 5y &= 16 \\ \quad 2x + 3y &= 18 \\ \hline \quad \quad 2y &= -2 \\ \quad \quad \quad 2 & \quad 2 \end{aligned}$$

$y = -1$

رأفت صافي  
٧٨٥٨٢٤٤٦٤

بغوضها من معادلة (1) :-

$$\begin{aligned} 2x + 5(-1) &= 16 \\ 2x - 5 &= 16 \\ +5 & \quad +5 \\ \hline 2x &= 21 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{21}{2} \\ x &= \frac{21}{2} \end{aligned}$$

حل النظام  
(-1 و  $\frac{21}{2}$ )

حل انضفة المعادلات :-

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad 3x - 4y &= 17 \\ x - 4y &= 3 \end{aligned}$$

التحقق من فهمي

الحل :- نطرح (معادلتان) :-

$$\begin{aligned} (-) \quad 3x - 4y &= 17 \\ \quad x - 4y &= 3 \\ \hline \quad 2x &= 14 \\ \quad \quad 2 & \quad 2 \end{aligned}$$

$x = 7$

عوضنا من معادلة (1) :-

$$\begin{aligned} 3(7) - 4y &= 17 \\ 21 - 4y &= 17 \\ -21 & \quad -21 \\ \hline -4y &= -4 \\ \frac{-4y}{-4} &= \frac{-4}{-4} \\ y &= 1 \end{aligned}$$

حل النظام  
(7 و 1)

3

حل أنظمة المعادلات الآتية :-

التحقق من  
فرصنا  
61  
44

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + 5y = 15 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 5x - 3y = 14 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases}$$

الحل:- نلاحظ أننا لا نستطيع جعل أحد المتغيرين في كلا المعادلتين متساوي بعضه البعض (معادلتين فقط). لذلك نضرب كلا المعادلتين

$$\textcircled{1} \begin{array}{r} 2x + 5y = 15 \xrightarrow{\times 2} \\ 3x - 2y = 13 \xrightarrow{\times 5} \end{array} \quad \begin{array}{r} (+) \\ 4x + 10y = 30 \\ 15x - 10y = 65 \\ \hline 19x = 95 \\ \frac{19x}{19} = \frac{95}{19} \\ \boxed{x = 5} \end{array}$$

رافقت صافي  
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

عوينا في معادله (1) :-

$$\begin{array}{r} 2(5) + 5y = 15 \\ 10 + 5y = 15 \\ -10 \quad -10 \\ \hline 5y = 5 \\ \frac{5y}{5} = \frac{5}{5} \\ \boxed{y = 1} \end{array}$$

حل النظام (1 و 5)

$$\textcircled{2} \begin{array}{r} 5x - 3y = 14 \xrightarrow{\times 5} \\ 4x - 5y = 6 \xrightarrow{\times 3} \end{array} \quad \begin{array}{r} (-) \\ 25x - 15y = 70 \\ 12x - 15y = 18 \\ \hline 13x = 52 \\ \frac{13x}{13} = \frac{52}{13} \\ \boxed{x = 4} \end{array}$$

رافقت صافي  
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

عوينا في معادله (1) :-

$$\begin{array}{r} 5(4) - 3y = 14 \\ 20 - 3y = 14 \\ -20 \quad -20 \\ \hline -3y = -6 \\ \frac{-3y}{-3} = \frac{-6}{-3} \\ \boxed{y = 2} \end{array}$$

حل النظام (4 و 2)

(4)

مسائل من الحياة

63  
ص

التحفة من فهد



الحل :-  
عدد الاطفال  $x$   
عدد النساء  $y$

حافلة فيها كتاب من النساء والاطفال  
اذا كان الثلاثة أمثال عدد النساء مضافاً  
اليه فملا عدد الاطفال ياتي 29 وكان  
ملا عدد النساء مضافاً اليه عدد الاطفال  
ياتي 17 فكم امره كم طفل في الحافلة

نقوم بحل النظام ونجيب  
(5 و 7)

$$3y + 2x = 29$$

$$2y + x = 17$$

حل كلٍّ من انظمة المعادلات الآتية

اتدرب على حل المعادلات

①  $4x - y = -2$  و  $2x + y = 8$

(+)  $4x - y = -2$   
 $2x + y = 8$   

---

 $6x = 6$   
 $x = 1$



الحل :-

عوض  $x=1$  في معادلة (2) :-  
 $2(1) + y = 8$   
 $-2 \quad -2$   
 $y = 6$

حل النظام (6 و 1)

③  $6x + 2y = 14$  و  $3x - 5y = 10$

$6x + 2y = 14$   
 $3x - 5y = 10 \times 2 \rightarrow 6x - 10y = 20$   

---

 $12y = -6$   
 $y = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$

عوض  $y = \frac{-1}{2}$  في معادله (1)

$6x + 2(\frac{-1}{2}) = 14$   
 $6x - 1 = 14$   
 $+1 \quad +1$   
 $6x = 15$   
 $x = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

حل النظام  
( $\frac{5}{2}$  و  $\frac{-1}{2}$ )

②  $3x + y = 4$  و  $5x + y = 6$

(-)  $3x + y = 4$   
 $5x + y = 6$   

---

 $-2x = -2$   
 $-2 \quad -2$   
 $x = 1$

الحل :-

عوض  $x=1$  في معادلة (2)  
 $3(1) + y = 4$   
 $-3 \quad -3$   
 $y = 1$

حل النظام (1 و 1)

④  $11x - 20y = 28$  و  $3x + 4y = 36$

$11x - 20y = 28 \rightarrow 11x - 20y = 28$   
 $3x + 4y = 36 \times 5 \rightarrow 15x + 20y = 180$   

---

 $26x = 208$   
 $26 \quad 26$   
 $x = 8$

عوض  $x=8$  في معادلة (2)

$3(8) + 4y = 36$   
 $24 + 4y = 36$   
 $-24 \quad -24$   
 $4y = 12$   
 $y = \frac{12}{4} = 3$

حل النظام  
(8 و 3)

⑤  $y = 3$

$$(5) \quad -2x - 5y = 9 \text{ و } 3x + 11y = 4$$

$$\begin{array}{r} -2x - 5y = 9 \xrightarrow{\times 3} -6x - 15y = 27 \\ 3x + 11y = 4 \xrightarrow{\times 2} 6x + 22y = 8 \\ \hline 7y = 35 \\ \frac{7y}{7} = \frac{35}{7} \end{array}$$

$$\boxed{y = 5}$$

عوضاً  $y = 5$  في معادله (2)

$$\begin{array}{r} 3x + 11(5) = 4 \\ 3x + 55 = 4 \\ -55 \quad -55 \\ \hline 3x = -51 \\ \frac{3x}{3} = \frac{-51}{3} \\ x = -17 \end{array}$$

حل النظام  $(-17, 5)$

$$(6) \quad y + 2x = 4 \text{ و } x - y = 5$$

الحل:

$$\begin{array}{r} (+) \quad y + 2x = 4 \\ -y + x = 5 \\ \hline 3x = 9 \\ \frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \end{array}$$

$$\boxed{x = 3}$$

عوضاً  $x = 3$  في معادله (1)

$$\begin{array}{r} y + 2(3) = 4 \\ y + 6 = 4 \\ -6 \quad -6 \\ \hline y = -2 \end{array}$$

حل النظام  $(3, -2)$

$$(7) \quad 2x + 3y = 30 \text{ و } 5x + 7y = 71$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 30 \xrightarrow{\times 5} 10x + 15y = 150 \\ 5x + 7y = 71 \xrightarrow{\times 2} 10x + 14y = 142 \\ \hline y = 8 \end{array}$$

الحل:

عوضاً  $y = 8$  في معادله (1)

$$\begin{array}{r} 2x + 3(8) = 30 \\ 2x + 24 = 30 \\ -24 \quad -24 \\ \hline 2x = 6 \\ \frac{2x}{2} = \frac{6}{2} \\ x = 3 \end{array}$$

$$x = 3$$

حل النظام  $(3, 8)$

$$(8) \quad 3x - 4y = 4.5 \text{ و } x + y = 5$$

$$\begin{array}{r} 3x - 4y = 4.5 \rightarrow 3x - 4y = 4.5 \\ x + y = 5 \xrightarrow{\times 3} 3x + 3y = 15 \\ \hline -7y = 10.5 \\ \frac{-7y}{-7} = \frac{10.5}{-7} \end{array}$$

$$y = \frac{10.5}{-7}$$

$$y = -1.5$$

عوضاً  $y = -1.5$  في معادله (2)

$$\begin{array}{r} x + 1.5 = 5 \\ -1.5 \quad -1.5 \\ \hline x = 3.5 \end{array}$$

$$x = 3.5$$

حل النظام  $(3.5, -1.5)$

(6)



9)  $0.5x - 9y = 28$  ,  $30.5x + 7y = 40$

الحل :-  
 $0.5x - 9y = 28 \xrightarrow{\times 7} 3.5x - 63y = 196$   
 $30.5x + 7y = 40 \xrightarrow{\times 9} 274.5x + 63y = 360$   

$$\begin{array}{r} 3.5x - 63y = 196 \\ +) 274.5x + 63y = 360 \\ \hline 278x = 556 \\ \hline 278 \quad 278 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

عوضا  $x=2$  في معادله (1)

$(0.5)(2) - 9y = 28$

$1 - 9y = 28$   
 $-1 \quad -1$

حل النظام  
 $(2, -3)$   

$$\begin{array}{r} -9y = 27 \\ \hline -9 \quad -9 \\ \hline y = -3 \end{array}$$

11)  $12x - 7y = -2$   
 $8x + 11y = 30$

الحل :-  
 $12x - 7y = -2 \xrightarrow{\times 2} 24x - 14y = -4$   
 $8x + 11y = 30 \xrightarrow{\times 3} 24x + 33y = 90$   

$$\begin{array}{r} 24x - 14y = -4 \\ (-) 24x + 33y = 90 \\ \hline -47y = 94 \\ \hline -47 \quad -47 \\ \hline y = 2 \end{array}$$

عوضا  $y=2$  في معادله (2)

$8x + 11(2) = 30$

$8x + 22 = 30$   
 $-22 \quad -22$

حل النظام  
 $(1, 2)$   

$$\begin{array}{r} 8x = 8 \\ \hline 8 \quad 8 \\ \hline x = 1 \end{array}$$

7

10)  $8x + y = 1$   
 $8x - y = 3$

الحل :-

(+)  

$$\begin{array}{r} 8x + y = 1 \\ 8x - y = 3 \\ \hline 16x = 4 \\ \hline 16 \quad 16 \\ \hline x = \frac{1}{4} \end{array}$$

عوضا  $x = \frac{1}{4}$  في معادله (1)

$8(\frac{1}{4}) + y = 1$

$2 + y = 1$   
 $-2 \quad -2$

$y = -1$

حل النظام  
 $(\frac{1}{4}, -1)$

12)  $9x + 2y = 39$   
 $6x + 13y = -9$

الحل :-

$9x + 2y = 39 \xrightarrow{\times 2} 18x + 4y = 78$   
 $6x + 13y = -9 \xrightarrow{\times 3} 18x + 39y = -27$   

$$\begin{array}{r} 18x + 4y = 78 \\ (-) 18x + 39y = -27 \\ \hline -35y = 105 \\ \hline -35 \quad -35 \\ \hline y = -3 \end{array}$$

عوضا  $y = -3$  في معادله (1)

$9x + 2(-3) = 39$

$9x - 6 = 39$   
 $+6 \quad +6$

حل النظام  
 $(5, -3)$   

$$\begin{array}{r} 9x = 45 \\ \hline 9 \quad 9 \\ \hline x = 5 \end{array}$$

13) لطفت

لاحظنا انه مجموع ان عدد الايام في شهر كانون الاول التي تساقط فيها الامطار يزيد 7 ايام عن تلك التي لم تساقط فيها الامطار. اكتب نظاماً من معادلتين خطيتين يمثل (واله) ثم احله لاجد عدد الايام التي تساقط فيها الامطار وعدد الايام التي لم تساقط فيها الامطار في هذا الشهر.

شهر كانون الاول هو 31 يوم

دافنت صافى 0780824466

الحل: x : عدد الايام الممطرة  
y : عدد الايام غير الممطرة

x + y = 31  
x - y = 7

حل النظام =  
x = 19  
y = 12

14) اربط كل زوج مرتب مع نظام معادلات خطية مكون من معادلتين من المعادلات الاربع المعطاه... بحيث يكون الزوج المرتب حلاً للمعادلتين

الحل:-

المعادلات

5x + 2y = 1
4x + y = 9
3x - y = 5
3x + 2y = 3

الزوج المرتب

(-2, 1)
(-1, 3)
(2, 1)
(3, -3)

دافنت صافى 0780824466

5x + 2y = 1 3x - y = 5	(-2, 1)
5x + 2y = 1 3x + 2y = 3	(-1, 3)
4x + y = 9 3x - y = 5	(2, 1)
4x + y = 9 3x + 2y = 3	(3, -3)

8

(15) أعداد :- ثلاثة أمثال عدد مطروحا منها عدد آخر يساوي -3  
إذا كان مجموع العددين يساوي 11 فما العددان.

الحل :-

العدد الأول  $x$   
العدد الثاني  $y$

$$\begin{aligned} 3x - y &= -3 \\ x + y &= 11 \end{aligned}$$

بجمل النظام نتبع

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

(16) مواد غذائية :- في مخزن أحد المطاعم مجوية من أكياس الأرز

وأكياس السكر كتلة 3 أكياس من السكر  
و 4 أكياس من الأرز 12kg وكتلة  
5 أكياس من السكر وكتلة من الأرز 13kg  
كيف يمكن مساعدة طباخ المطبخ على إيجاد  
كتلة كيسين من السكر وحنة أكياس من الأرز

الحل :-  $x$  : كتلة السكر  
 $y$  : كتلة الأرز

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 12 \\ 5x + 2y &= 13 \end{aligned}$$

بجمل النظام

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

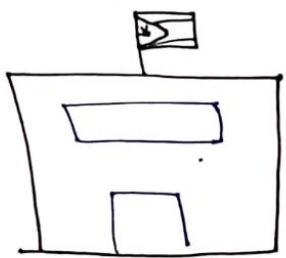
كتلة كيسين من السكر :-  $2 \times 2 = 4$

كتلة حنة أكياس الأرز :-  $5 \times \frac{3}{2} = 7.5$

17

مبنى حكومي :-

يبلغ ارتفاع مبنى حكومي مع سارية العلم المراد في المبنى 21.6 م طوله اذا كان ارتفاع المبنى مطروفاً منه ارتفاع سارية العلم يساوي 10.4 م فما ارتفاع المبنى وكم يبلغ طول سارية العلم



الحل :-

x : ارتفاع المبنى

y : طول السارية

$$x + y = 21.6$$

$$x - y = 10.4$$

بحل النظام نجد

$$x = 16$$

$$y = 5.6$$

18

احود الى فخرج (استكشف) بداية الدرس، واصل المسألة

تمارس مسيرة الرياضة كل صباح لمدة 40 دقيقة بحذاء تلعب اولى تمارين الاطالة التي تفرح بها 4 حركات حرارية في الحقيقة، ثم تلعب مجوعة من تمارين الهوائية لتاسعها علا حرة 11 صرحة حرارية في الحقيقة. كم دقيقة على صيره ان تلعب من كل نشاط لثورة 335 حرة حرارية

الحل :- x : الاطالة

y : الهوائية

$$x + y = 40$$

$$4x + 11y = 335$$

$$x = 15$$

بحل النظام

$$y = 25$$

15

(19) **اكتشف الخطأ:** انظر الحل الآتي، واكتشف الخطأ الوارد فيه واصلحه:-

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 8 \\ x - 2y = -13 \end{array} \xrightarrow{\text{اضرب بـ } -4} \begin{array}{r} 4x + 3y = 8 \\ -4x + 8y = -52 \\ \hline 11y = -44 \\ y = -4 \end{array}$$

الحل:- الخطأ هو عند الضرب بـ -4 لم يضرب كل الحدود

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 8 \\ x - 2y = -13 \end{array} \xrightarrow{\text{اضرب بـ } -4} \begin{array}{r} 4x + 3y = 8 \\ -4x + 8y = 52 \\ \hline 11y = 60 \\ y = \frac{60}{11} \end{array}$$

(20) **سألك مضمومة:-** اقترح مقياس  $a$  يجعل لنظام المعادلات الآتي حلًا، مبررًا إجابتك

$$\begin{array}{r} x + y = 4 \\ ax + 3y = 4 \end{array}$$

الحل:-  $a = -1$  من أجل حذف المتغير  $x$

(21) **تحديد:-** أجد عددًا من منزلتين مجموع رقميه 8 وعند طرح رقم منزله واحده من رقم منزله عشراته يكون الناتج -4

الحل:-  $x$ : رقم الآحاد  
 $y$ : رقم العشرات

$$\begin{array}{r} x + y = 8 \\ y - x = -4 \end{array}$$

حل المعادلتين

$$\begin{array}{r} x = 6 \\ y = 2 \end{array}$$

العدد 26

## اختبار الوحدة

اختار رمز الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي :-

- a) (2,4)  
b) (4,2)  
**c) (-7,-1)**  
d) (-6,7)

① حل نظام المعادلات الآتي هو :-

$$x + y = 6$$

$$x - y = 8$$



② حل نظام المعادلات الآتي هو :-

$$y = -4x$$

$$6x - y = 30$$

- a) (3,4)  
b) (3,-4)  
c) (3,12)  
**d) (3,-12)**

③ أي أنظمة المعادلات الآتية له عدد لا نهائي من الحلول.

a)  $x + y = 1$   
 $x - y = 3$

b)  $2y = 4x + 1$   
 $x - 2y = 7$

**c)  $2x - y = 6$   
 $-3y = -6x + 18$**

d)  $5x = y + 5$   
 $-x + 3y = 13$



④ أي المعادلات الآتية لها/ يقبل البيانه نفس المعادلة

a)  $x + y = 3$

b)  $2x + y = 3$

**c)  $x + 2y = 3$**

d)  $2x + 3y = 6$



حل كلٍّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً :-

⑤  $y = 2x - 5$   
 $y = -2x + 7$  الحل  $(3, 1)$

⑦  $x + 2y = 3$   
 $y = 4x - 3$  الحل  $(1, 1)$

⑥  $y = x + 4$   
 $y = 2x + 1$  الحل  $(3, 7)$

⑧  $y = 4 - x$   
 $y = x - 4$  الحل  $(4, 0)$

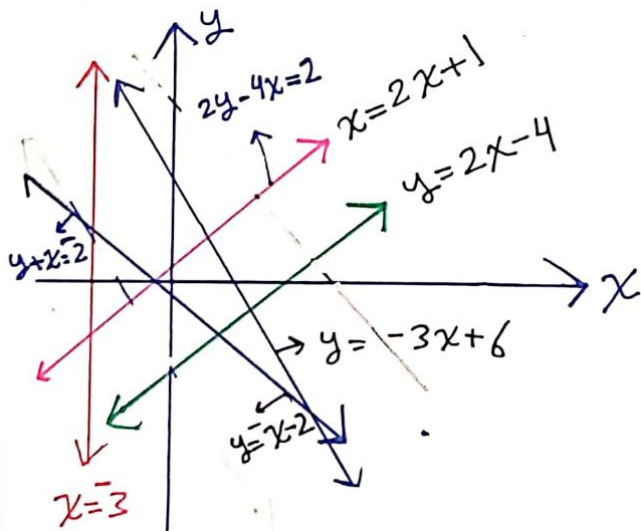
⑨  $y = 0.5x + 10$   
 $y = 4x - 4$  الحل  $(4, 12)$

⑩  $y + x = 5$   
 $3y + 6x = -9$  الحل  $(-3, 3)$

⑪  $7x + 2y = 13$   
 $3y - 2x = -3$  الحل  $(1.8, 0.2)$

⑫  $y - x = 17$   
 $y = 4x + 2$  الحل  $(5, 22)$

استعمل التمثيل البياني أدناه، لا حرج ما إذا كان كل من أنظمة المعادلات الآتية حل واحد أم لا يوجد له حل، أم له عددان نهائيان من الحلول



⑬  $x = -3$   
 $y = 2x + 1$

⑭  $y = 2x + 1$   
 $y = 2x - 4$

⑮  $y + x = -2$   
 $y = -x - 2$

⑯  $2y - 4x = 2$   
 $y = 2x - 4$

⑰  $y = -3x + 6$   
 $y = 2x - 4$

⑱  $2y - 4x = 2$   
 $y = -3x + 6$

⑬ حل واحد

الحل :-

⑭ لا يوجد حل

⑮ عددان نهائيان

⑯ لا يوجد حل

⑰ حل واحد

⑱ حل واحد

②

حل أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف

(19)  $y = x + 3$   
 $2x + y = 12$

الحل  
(3 و 6)

(21)  $x = 2y + 7$   
 $3x - 2y = 3$

الحل  
(-2 و -5)

(20)  $x - 2y = 6$   
 $2x + y = 2$

الحل  
(2 و 2)

(22)  $4x - 2y = 14$   
 $y = 0.5x - 1$

الحل  
(4 و 1)

حل أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف

(23)  $3x + y = 20$   
 $2x - y = 5$

الحل  
(5 و 5)

(24)  $x - 6y = 4$   
 $2x + y = -5$

الحل  
(-2 و -1)

(25)  $3x - 2y = 4$   
 $6x - 2y = -2$

الحل  
(-2 و -5)

(26)  $5y = 15 - 5x$   
 $y = -x + 3$

الحل  
(0 و 3)

(27) بيض الشكل أدناه مستطيلًا محيطه 40 m ، إذا كان طول مستطيل  
يقع 1 m عن قنانه عرضيه ، فاكتمل نظاماً من معادلتين خطيتين  
يمثلان ذلك ، ثم أمله لإيجاد بعدي (مستطيل)



$2w + 2l = 40$

المحيط

$2w - l = 1$

حل النظام تبين

$w = 7$

$l = 13$



(28) باع محل كحيد في خليط قسرات اللوز والفتيم بتلوح قيصا

27 JD ويبين الجدول الآتي سعر الاوقية الواحدة

النوع	سعر الاوقية
الفتيم	JD 4
اللوز	JD 1.5

من كل نوع في الخليط ، اذا كانت كحيد الفتيم تاوي ثلثة اصلا كحيد اللوز في الاوقية الواحدة في الخليط المباع ، حد كحيد كل من اللوز والفتيم المبيعه .

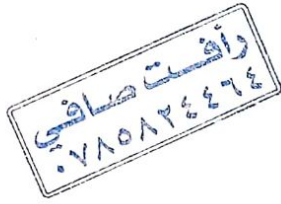
الحل:  $x$  كحيد الفتيم

$y$  كحيد اللوز

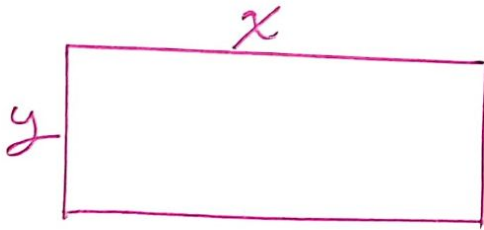
$$4x + 1.5y = 27$$

$$x = 3y$$

بحل النظام ننتج:  $x = 6$  و  $y = 2$



(29) حديقة مستطيلة الشكل محيطها 68 m وطولها يزيد 4 m عن مثل عرضها. اكتب نظام معادلات خطية مكوناً من معادلتين خطيتين يمثلان المسألة ، ثم أحله لاجد طول الحديقة وعرضها.



$$2x + 2y = 68$$

$$x - 2y = 4$$



$$x = 24$$

$$y = 10$$

بحل النظام ننتج

٣٥) آبي للمعادلات الآتية نبيج عن تمثيلها في  
الستوى لاجد ابي متصتم مواز للمتصتم  
 $y - 3x = 8$

الاختيار الدولية

a)  $y = -3x + 4$  (b)  $y = 3x - 2$

c)  $y = \frac{1}{3}x + 6$  d)  $y = \frac{1}{3}x + 6$

٣١) كم حلًا لنظام المعادلات الآتية :-

$$4x + y = 7$$

$$3x - y = 0$$

a) لا يوجد حل

c) عدد لا نهائي من الحلول

(b) حل واحد فقط

d) حلان



٣٢) حل نظام المعادلات الآتية هو :-

$$2x - 3y = -9$$

$$-x + 3y = 6$$

a) (3, 3)

b) (3, -1)

(c) (-3, 1)

d) (-3, 1)

